

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Ελαστική κρούση

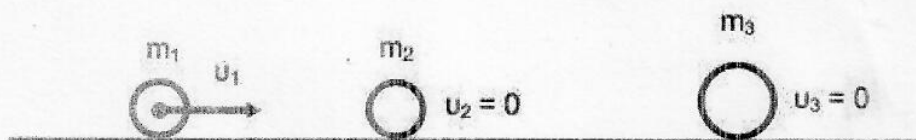
1. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ που κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 4 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$ που κινείται και αυτή προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 1 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε :

- Τις ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά τη σύγκρουση .
- Τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 .
- Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 .

2. Σώμα μάζας m_1 που κινείται με ταχύτητα $u_1 = 4 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η ταχύτητα του σώματος m_1 μετά την κρούση είναι $u_1' = 2 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε :

- Το λόγο των μαζών των δύο σωμάτων m_2 / m_1 .
- Την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση .
- Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε κατά τη διάρκεια της κρούσης στο σώμα μάζας m_2 .

3. Τρία σώματα με μάζες $m_1 = m_2 = m$ και $m_3 = 2 \cdot m$, είναι αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο . Το σώμα μάζας m_1 αποκτά ταχύτητα $u_1 = 4 \text{ m/s}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα .



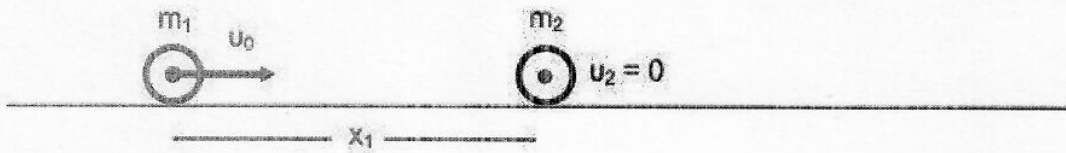
Να υπολογίσετε :

- Τις τελικές ταχύτητες των τριών σωμάτων .
- Το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του σώματος m_1 που μεταφέρεται στα σώματα m_2 και m_3 .

Όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές .

4. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$ πάνω σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο προς ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3 \cdot m_1$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ



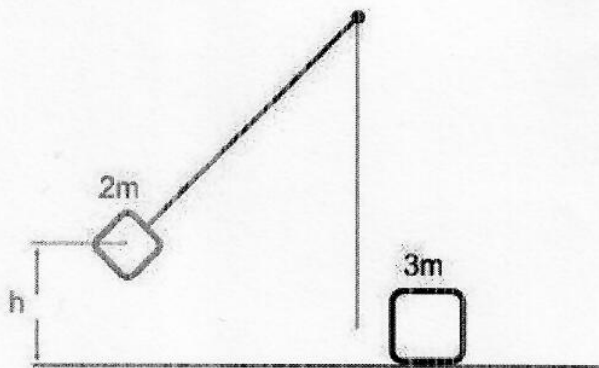
Το σώμα m_1 βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $x_1 = 4,5 \text{ m}$ και πλησιάζει το σώμα m_2 και συγκρούεται με αυτό κεντρικά και ελαστικά .

Να υπολογίσετε :

- α. Το μέτρο της ταχύτητας u_1 του σώματος m_1 ελάχιστα πριν συγκρουστεί με το σώμα m_2 .
- β. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση .
- γ. Την θερμική ενέργεια (θερμότητα) που παράγει το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την κρούση μέχρι να σταματήσει .
- δ. Το διάστημα που διανύει το σώμα m_2 μέχρι να σταματήσει .

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου $\mu = 0,4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m / s}^2$.

5. Στο άκρο νήματος μήκους l είναι δεμένο σώμα μάζας $2 \cdot m$. Κρατάμε το σώμα έτσι το νήμα να βρίσκεται σε ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο . Αφήνουμε το σώμα m ελεύθερο , έτσι ώστε όταν το νήμα είναι κατακόρυφο το σώμα να συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $3 \cdot m$.



Μετά την κρούση , το σώμα ολισθαίνει πάνω στο μη λείο επίπεδο και διανύει απόσταση $x = 3 \text{ m}$ μέχρι να σταματήσει .

Να υπολογίσετε :

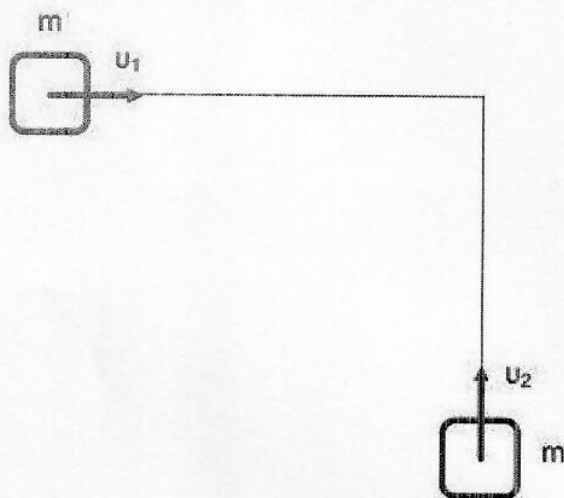
- α. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $3 \cdot m$ μετά την κρούση .
- β. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $2 \cdot m$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας .

Πλάγια κρούση

11. Δύο σώματα που έχουν την ίδια μάζα $m = 1\text{ kg}$, κινούνται πάνω σε ένα (θεωρούμενο κατά προσέγγιση) λείο επίπεδο ενός τραπέζιου , με ταχύτητες που κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με μέτρα ταχυτήτων $u_1 = 5\text{ m/s}$ και $u_2 = 5\sqrt{3}\text{ m/s}$, αντίστοιχα .



Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά .

Να βρεθούν :

- Την ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται .
- Την θερμική ενέργεια που εκλύεται κατά την πλαστική κρούση .

12. Ένα σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10\sqrt{3}\text{ m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο αρχικά σώμα μάζας $2m$. Μετά την κρούση η μάζα m κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική της διεύθυνση . Τα δύο σώματα κινούνται πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο .



Να υπολογίσετε :

- Να προσδιορίσετε τη διεύθυνση κίνησης του σώματος μάζας $2m$, μετά την κρούση .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

β. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των δύο μαζών μετά την κρούση .

13. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $2 \cdot m$. Και τα δύο σώματα βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο .

Να υπολογίσετε :

α. την σχέση των ταχυτήτων μετά την κρούση ,

β. το ηηλικό $(\Delta K_1 / K_1) \%$.

14. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$ συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά .

Η μεταβολή της ορμής της μάζας m_2 είναι $\Delta P_2 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$ και η ταχύτητα της m_1 μετά την κρούση είναι $u_1' = 2 \text{ m} / \text{s}$.

Να υπολογίσετε :

α. Την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 πριν την κρούση .

β. Την ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 πριν και μετά την κρούση .

15. Δύο μικρές σφαίρες (με αμελητέες διαστάσεις) με μάζες m_1 και m_2 με $m_1 = m_2$, αφήνονται διαδοχικά να πέσουν από το ίδιο ύψος $h_1 = 18 \text{ m}$ πάνω από ένα οριζόντιο επίπεδο .

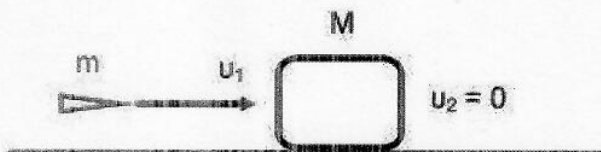
Οι σφαίρες κινούνται πάνω στην ίδια κατακόρυφο . Αφήνεται πρώτα η σφαίρα μάζας m_1 και μετά η σφαίρα μάζας m_2 . Η σφαίρα μάζας m_1 προσκρούει στο οριζόντιο επίπεδο και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω . Μόλις αποχωριστεί από το επίπεδο , συγκρούεται μετωπικά με την σφαίρα μάζας m_2 που κατεβαίνει .

Να βρεθεί το ύψος h_2 , στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας m_2 .

Να θεωρηθεί ότι , όταν οι σφαίρες συγκρούονται έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση h_1 από το σημείο εκκίνησης . Όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα .

16. Σώμα μάζας m κινείται σε οριζόντια διεύθυνση με ταχύτητα $u_1 = u$ και διαπερνά σώμα $M = 3 \cdot m$ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο .

Η ταχύτητα του σώματος M μετά την κρούση είναι $u_2' = 0,2 \cdot u$.



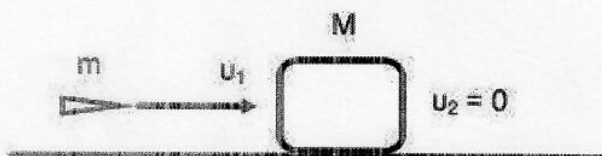
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Να βρεθούν :

- α. Η ταχύτητα του βλήματος m μετά την κρούση ,
- β. Η μεταβολή της ορμής του βλήματος m και η μεταβολή της ορμής του σώματος M ,
- γ. Το ποσοστό $(\Delta K / K_{\text{αρχ}}) \%$ που χάνεται κατά την κρούση ,
- δ. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της κρούσης στο βλήμα m και το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα M .

Να θεωρήσετε τα m , u , Δt γνωστά .

17. Σώμα μάζας $M = 3 \text{ kg}$ είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο .



Σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1 = 50 \text{ m/s}$ και :

- I. σφηνώνεται στο σώμα ,
- II. εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα $u_1' = 30 \text{ m/s}$.

Να βρείτε και στις δύο περιπτώσεις :

- α. Την μεταβολή της ορμής του σώματος m ,
- β. Την δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα M ,
- γ. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος .

18. Δύο ελαστικές σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = 0,3 \text{ kg}$ και $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ και ταχύτητες $u_1 = 20 \text{ m/s}$ και $u_2 = 10 \text{ m/s}$, που έχουν τον ίδιο φορέα και την ίδια φορά .

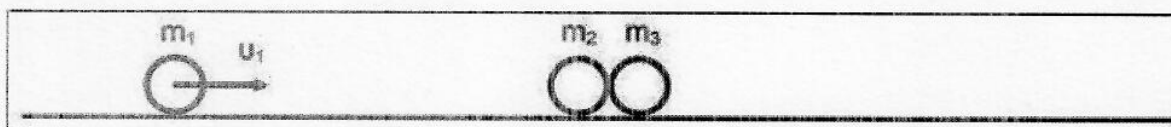
Οι σφαίρες συγκρούονται , οπότε παραμορφώνονται προσωρινά και στη συνέχεια ξαναπαίρνουν το αρχικό τους σχήμα .

- α. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης κατά την κρούση ;
- β. Ποιες θα είναι οι τελικές ταχύτητες των σφαιρών ;

Εννοείται ότι υπάρχει μετατροπή ενέργειας σε θερμοδυναμική ενέργεια .

19. Ελαστική σφαίρα μάζας $3 \cdot m$ κινείται χωρίς τριβές με ταχύτητα $u_1 = 10 \text{ m/s}$ σε οριζόντιο δάπεδο και προσπίπτει πάνω σε ακίνητες σφαίρες μαζών $2 \cdot m$ και m , που βρίσκονται σε επαφή .

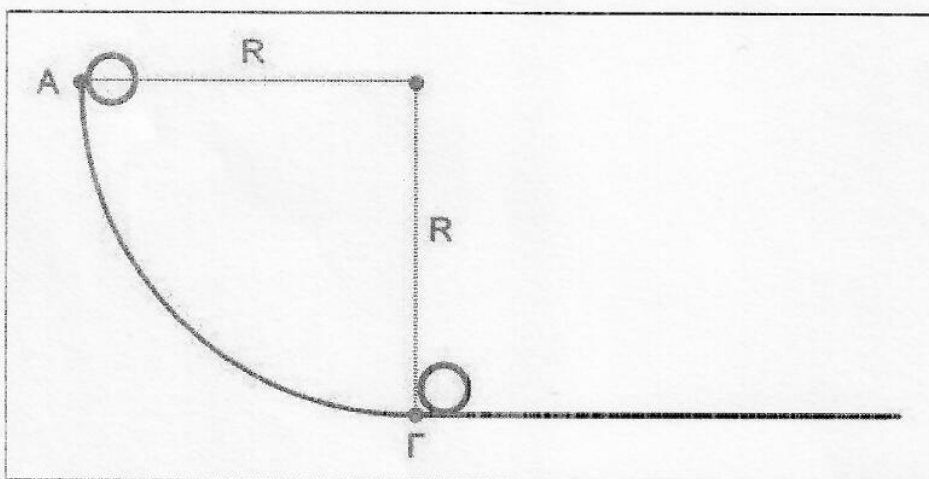
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ



α. Αν οι κρούσεις είναι ελαστικές και μετωπικές, να υπολογιστούν οι τελικές ταχύτητες των τριών σφαιρών μετά τις διαδοχικές κρούσεις.

β. Αν η μάζα της σφαίρας 2·m είναι 0,2 kg, να υπολογιστούν οι δυνάμεις κρούσεως που δέχεται αυτή αν υποτεθούν σταθερές και ότι κάθε κρούση διαρκεί 0,01 s.

20. Από το σημείο Α αφήνουμε μια σφαίρα με μάζα m να κινηθεί στο εσωτερικό της κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας $R = 0,05$ m.

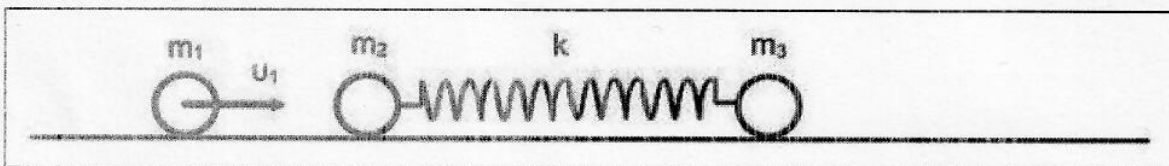


Στο σημείο Γ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με μια άλλη σφαίρα της ίδιας ακτίνας και μάζας 9·m που βρίσκεται ακίνητη στο σημείο Γ.

Να βρεθούν οι τελικές ταχύτητες των σφαιρών.

Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες, η ακτίνα της σφαίρας είναι αμελητέα σε σχέση με την ακτίνα R, $g = 10$ m/s².

21. Στο σχήμα του σχήματος η κρούση είναι κεντρική και ελαστική.



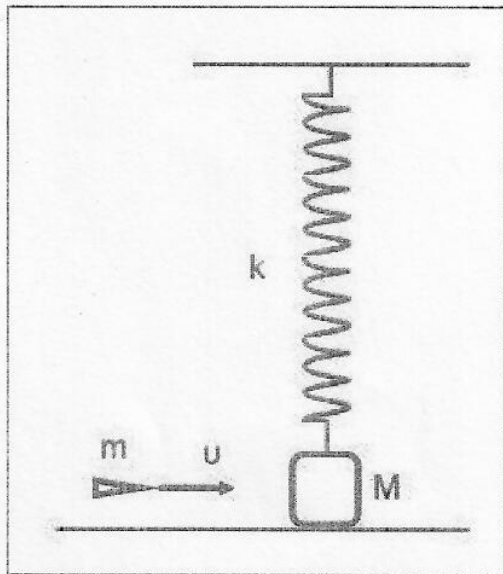
Δίνονται $m_1 = m_2 = m_3 = m = 1,0$ kg, $k = 50$ N/m, $u = 2,0$ m/s.

Να βρεθεί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου.

Οι τριβές να θεωρηθούν αμελητέες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

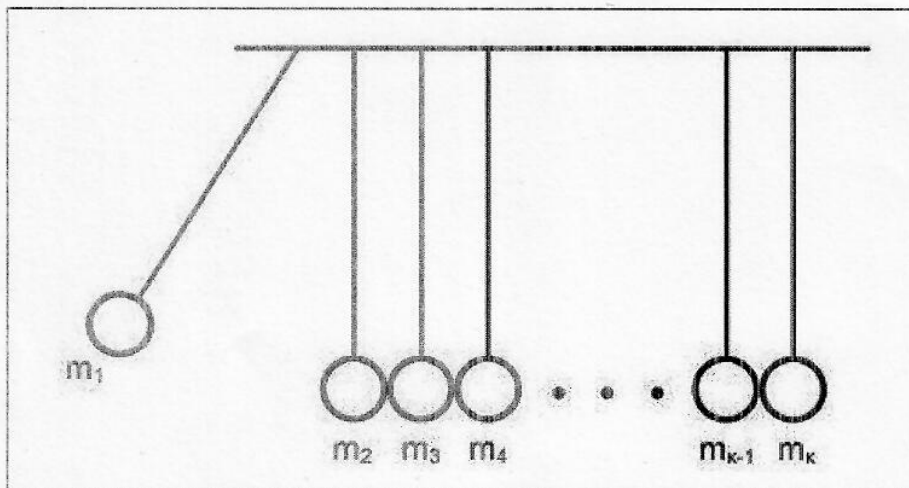
22. Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί στο λείο δάπεδο με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Μετά την πλαστική κρούση βλήματος, μάζας $m = 0,5 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u = \sqrt{150} \text{ m/s}$, με το σώμα μάζας $M = 2,0 \text{ kg}$, το συσσωμάτωμα αρχίζει να απογειώνεται, μέχρι το ελατήριο να σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την κατακόρυφη.



Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 200 \text{ N/m}$ και η ταχύτητα απογείωσης οριζόντια, να υπολογιστεί η ταχύτητα την στιγμή της απογείωσης.

Το $g = 10 \text{ m/s}^2$.

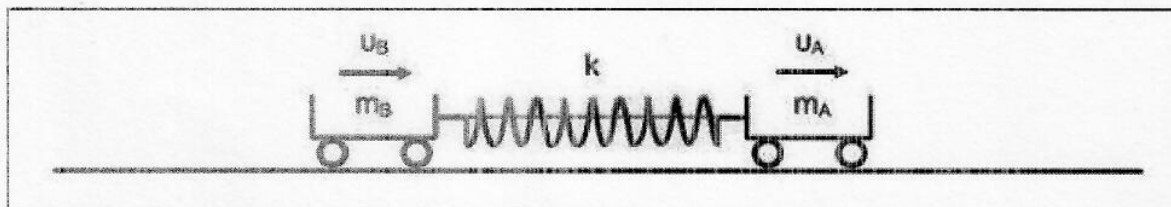
23. Κ ελαστικές σφαίρες, με μάζες m_1, m_2, \dots, m_k κρέμονται με νήματα έτσι ώστε να εφάπτονται μεταξύ τους και τα κέντρα τους να βρίσκονται στην ίδια οριζόντια ευθεία.



Αν η πρώτη σφαίρα συγκρουστεί με τη δεύτερη (τελείως ελαστικά) με ταχύτητα u_1 , να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία θα εκτιναχθεί η τελευταία σφαίρα. Πόση θα ήταν η ταχύτητα αυτή, αν οι σφαίρες είχαν ίσες μάζες;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

24. Δύο οχήματα , που το καθένα έχει μάζα $0,8 \text{ kg}$, συνδέονται με νήμα αμελητέας μάζας . Μεταξύ των οχημάτων υπάρχει συσπειρωμένο ελατήριο αμελητέας μάζας , που δεν είναι συνδεδεμένο με τα οχήματα (βλέπε σχήμα) .



Τα οχήματα είχαν αρχική ταχύτητα $u_0 = 0,5 \text{ m/s}$ και κάποια στιγμή κόβεται το νήμα .

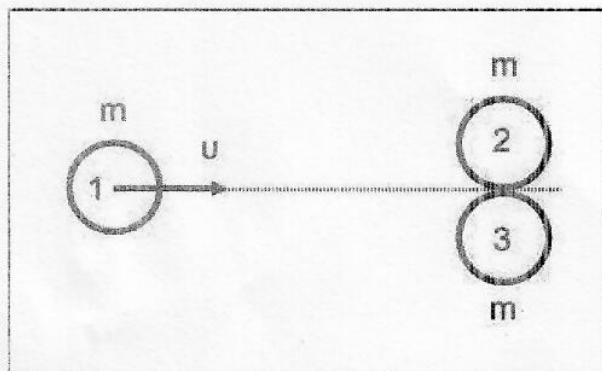
Αν το όχημα B έχει ταχύτητα $0,3 \text{ m/s}$ μετά τον αποχωρισμό του από το ελατήριο , υπολογίστε :

- Την ταχύτητα του οχήματος A ,
 - Την αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αν όλη έγινε κινητική των οχημάτων .
- Να θεωρηθούν οι τριβές αμελητέες .

25. Η διέγερση των ατόμων μάζας M ενός στοιχείου γίνεται κατά την ελαστική κρούση ηλεκτρονίων με ακίνητα άτομα του στοιχείου .

Αν η ενέργεια διέγερσης των ατόμων είναι E , να υπολογιστεί η ελάχιστη ταχύτητα , που πρέπει να έχουν τα ηλεκτρόνια μάζας m , για να προκαλέσουν διέγερση των ατόμων ($M \gg m$) .

26. Δύο μπάλες μπιλιάρδου τοποθετούνται πάνω σε λείο τραπέζι έτσι ώστε να εφάπτονται . Μια τρίτη μπάλα κινείται προς αυτό το ζεύγος με ταχύτητα $5,0 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα .



Ποια θα είναι η ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) που θα έχουν οι μπάλες μετά την κρούση ; Οι μπάλες είναι πανομοιότυπες και οι κρούσεις τελείως ελαστικές .